

Matematyka dyskretna - teoria

Jan Rodziewicz-Bielewicz, Wydział Informatyki ZUT

March 9, 2019

4 Relacje

Definicja 15. **Relacją dwuczłonową** (binarną) ρ nazywamy dowolny zbiór, który stanowi podzbiór produktu 2 zbiorów:

$$\rho \subset X \times Y$$

Zamiast pisać $(x, y) \in \rho$ można używać krótszego zapisu: $x\rho y$ i czytać "x jest w relacji z y".

Definicja 16. **Dziedziną relacji** dwuczłonowej $\rho \subset X \times Y$ nazywamy zbiór poprzedników par uporządkowanych tworzących relację:

$$D_\rho = \{x \in X : \exists_{y \in Y} x\rho y\}$$

Definicja 17. **Przeciwdziedziną relacji** dwuczłonowej $\rho \subset X \times Y$ nazywamy zbiór następników par uporządkowanych tworzących relację:

$$D_\rho^{-1} = \{y \in Y : \exists_{x \in X} x\rho y\}$$

Definicja 18. **Relacją odwrotną** do dwuczłonowej relacji $\rho \subset X \times Y$ nazywamy zbiór:

$$\rho^{-1} = \{(y, x) \in Y \times X : x\rho y\}$$

Definicja 19. **Relacją równoważności** nazywamy relację $\rho \subset X^2$ o następujących własnościach:

1. $\forall_{x \in X} x\rho x$ (zwrotność)
2. $\forall_{x, y \in X} x\rho y \Rightarrow y\rho x$ (symetria)
3. $\forall_{x, y, z \in X} x\rho y \wedge y\rho z \Rightarrow x\rho z$ (przechodność)

Definicja 20. **Klasą abstrakcji** elementu x w równoważności $\rho \subset X^2$ nazywamy wszystkie te elementy (następniki), które są w relacji x :

$$[x]_\rho = \{y \in X : y\rho x\}$$

Klasy abstrakcji są równe lub rozłączne!

Definicja 21. **Zwrotnym/symetrycznym/tranzytywnym domknięciem** relacji nazywamy zbiór takich par uporządkowanych, że po ich dołączeniu do relacji uzyska ona odpowiednią własność.

Definicja 22. **Porządkiem (częściowym)** nazywamy relację $\rho \subset X^2$ o następujących własnościach:

1. $\forall_{x \in X} x\rho x$ (zwrotność)
2. $\forall_{x, y \in X} x\rho y \wedge y\rho x \Rightarrow x = y$ (antysymetria)

$$3. \quad \forall_{x,y,z \in X} x\rho y \wedge y\rho z \Rightarrow x\rho z \text{ (przechodniość)}$$

Porządek nazywamy **liniowym**, jeżeli jest dodatkowo spójny:

$$4. \quad \forall_{x,y \in X} x\rho y \vee y\rho x$$

References

- [1] Larisa Dobryakova, *Matematyka dyskretna*. Lulu, 2012.
- [2] Helena Rasiowa, *Wstęp do matematyki współczesnej*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1973.
- [3] Wiktor Marek, Janusz Onyszkiewicz, *Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1972.
- [4] Kenneth A. Ross, Charles R. B. Wright, *Matematyka dyskretna*. Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999.